PART4 常用対数

要点① 常用対数

ある数 x の「　を底とする対数」$\log\ \ x$ を「　　　」という。

いくつかの x の値に対する常用対数の値を，以下の表に表す。

x	$\cdots$	10000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\cdots$
$\log_{10} x$	$\cdots$	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	$\cdots$

また，$x=2$ のとき　$\log_{10} 2 \fallingdotseq 0.3010$

　　$x=3$ のとき　$\log_{10} 3 \fallingdotseq 0.4771$ である。

ここで，2 の常用対数の値を $\log_{10} 2 = 0.3010$ とすると

$$\log_{10} 4 = \log_{10} 2^2 = 2\log_{10} 2 = 2\times\qquad = 0.6020$$

$$\log_{10} 5 = \log_{10}\qquad = \log_{10} 10 - \log_{10} 2 = 1 - \log_{10} 2 = 1 - \qquad = 0.6990$$

となり，4 や 5 の常用対数の値を求めることができる。

$y=\log_{10} x$ は増加関数であることより

x が 1 桁の数　⇔　$1 \leqq x < 10$　⇔　$10\ \ \leqq x < 10$　⇔　$\quad\leqq\qquad<$

x が 2 桁の数　⇔　$10 \leqq x < 100$　⇔　$10\ \ \leqq x < 10$　⇔　$\quad\leqq\qquad<$

であることがわかる。

一般に，以下のことが成り立つ。

整数 N の桁数

N が n 桁の数　$\Longleftrightarrow$　$10^{n-1} \leqq N < 10^n$　$\Longleftrightarrow$　$n-1 \leqq \log_{10} N < n$

例　2^{30} は何桁の整数か調べる。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

2^{30} の常用対数をとると

$$\log_{10} 2^{30} = 30\log_{10} 2 = 30\times 0.3010 = 9.03$$

よって　$\quad < \log_{10} 2^{30} < \quad$ より　$10\ \ < 2^{30} < 10$

したがって，2^{30} は　　桁の整数である。

[MEMO]

4 (1) $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とするとき，$\log_{10} 15$ の値を求めよ。

(2) 3^{30} は何桁の整数か。ただし，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

Point Pickup

整数 N の桁数

整数 N の桁数を求める手順は以下。

① N の常用対数をとり，$\log_{10} N$ の値を求める。

② $n-1 \leqq \log_{10} N < n$ を満たす整数 n を求める。

③ $10^{n-1} \leqq N < 10^n$ の形で表す。

④ 整数 N は n 桁である。

第 15 講　PART4 確認問題

1 $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とするとき，
$\log_{10} 45$ の値を求めよ。

$\log_{10} 45 = 1.$ アイウエ

2 2^{50} は何桁の整数か。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

オカ 桁

PART4 常用対数

4 (1) $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とするとき，$\log_{10} 15$ の値を求めよ。

(2) 3^{30} は何桁の整数か。ただし，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

[解答]

(1) $\log_{10} 15 = \log_{10}(3\times5) = \log_{10} 3 + \log_{10} 5$

$$= \log_{10} 3 + \log_{10} \frac{10}{2}$$

$$= \log_{10} 3 + \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$

$$= 0.4771 + 1 - 0.3010$$

$$= 1.1761$$

(2) 3^{30} の常用対数をとると

$$\log_{10} 3^{30} = 30\log_{10} 3 = 30\times0.4771 = 14.313$$

よって　$14 < \log_{10} 3^{30} < 15$　より　$10^{14} < 3^{30} < 10^{15}$

したがって 3^{30} は 15 桁の整数である。

第 15 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] アイウエ：6532

[解説]

$$\log_{10} 45 = \log_{10}(3^2 \times 5)$$
$$= \log_{10} 3^2 + \log_{10} 5$$
$$= 2\log_{10} 3 + \log_{10} \frac{10}{2} \quad \text{[A]}$$
$$= 2\log_{10} 3 + \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$
$$= 2 \times 0.4771 + 1 - 0.3010$$
$$= \mathbf{1.6532}$$

[A]　常用対数 $\log_{10} 2$，$\log_{10} 3$ を用いた式で表す。
$\log_{10} 5$ は

$$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2}$$
$$= \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$
$$= 1 - \log_{10} 2$$

と表せる。

2

[正解] オカ：16

[解説]

2^{50} の常用対数をとると [B]

$$\log_{10} 2^{50} = 50\log_{10} 2$$
$$= 50 \times 0.3010$$
$$= 15.05$$

よって　$15 < \log_{10} 2^{50} < 16$

これより

$$10^{15} < 2^{50} < 10^{16}$$

したがって　2^{50} は **16 桁**の整数である。

[B]　正の整数 N の桁数を求める手順
① N の常用対数をとり，$\log_{10} N$ の値を求める。
② $n-1 \leqq \log_{10} N < n$ を満たす整数 n を求める。
③ $10^{n-1} \leqq N < 10^n$ の形で表す。
④ 正の整数 N は n 桁である。